

Chapitre 7 - Fractions

1) Généralité

Définition : Une fraction est une proportion. Elle s'écrit $\frac{\text{numérateur}}{\text{dénominateur}}$. Le dénominateur indique en combien de parts égales on partage l'unité. Le dénominateur n'est jamais nul (si on ne partage pas l'unité, le dénominateur est 1). Le numérateur indique combien de parts on prend. Le numérateur et le dénominateur sont des **nombre entiers** !

Exemple :

$\frac{1}{4}$ de gâteau représente une part de gâteau qu'on aurait partagé en 4 parts égales.

$\frac{7}{4}$ de gâteaux représente 7 parts de gâteaux qu'on aurait partagé en 4 parts égales.

Remarque : Une fraction représente aussi une opération : c'est le quotient du numérateur par le dénominateur. Dans ce cas, le quotient peut être :

- un nombre décimal (quand la division décimale se termine)
 - un nombre non-décimal appelé nombre **rationnel** (quand la division décimale ne se termine pas)
- Quand la division décimale ne se termine pas, on laisse le nombre sous la forme d'une fraction.

Exemple : $\frac{3}{5}$ est le nombre décimal 0,6.

Mais $\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal, c'est un nombre rationnel.

2) Fractions égales et simplification

Propriété : La valeur d'une fraction ne change pas quand on multiplie ou quand on divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.

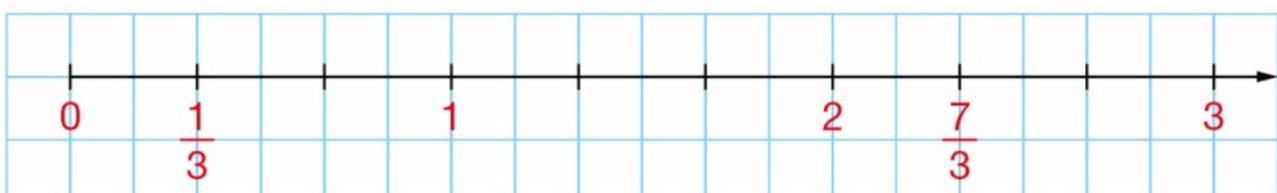
Exemple : $\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$ $\frac{14}{21} = \frac{2}{3}$

Définition : Simplifier une fraction c'est trouver une fraction qui lui est égale mais avec un dénominateur plus petit. Une fraction que l'on ne peut pas simplifier est dite **irréductible**.

Exemples : $\frac{10}{6} = \frac{5}{3}$ (irréductible) $\frac{195}{105} = \frac{39}{21} = \frac{13}{7}$ (irréductible)

3) Repérage et décomposition

Pour placer la fraction $\frac{7}{3}$ sur une demi-droite graduée, on reporte 7 fois le tiers de l'unité :



On peut décomposer $\frac{7}{3}$ en somme d'un nombre entier et d'une fraction : $\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$

ou en différence d'un nombre entier et d'une fraction : $\frac{7}{3} = 3 - \frac{2}{3}$

4) Comparaison et encadrement

Pour comparer deux fractions, le plus simple est de les mettre sous le même dénominateur et de comparer les numérateurs.

Exemples : $\frac{5}{8} > \frac{11}{24}$ car $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$ et donc $\frac{15}{24} > \frac{11}{24}$
 $\frac{17}{5} < \frac{42}{10}$ car $\frac{17}{5} = \frac{34}{10}$ et donc $\frac{34}{10} < \frac{42}{10}$
 $\frac{26}{5} > 5$ car $5 = \frac{25}{5}$ et donc $\frac{26}{5} > \frac{25}{5}$

Pour encadrer une fraction par deux nombres entiers successifs, on peut s'aider de la décomposition.

Exemples : $2 < \frac{7}{3} < 3$ car $\frac{7}{3} = 2 + \frac{1}{3}$; $4 < \frac{18}{4} < 5$ car $\frac{18}{4} = 4 + \frac{2}{4}$

5) Calculs avec les fractions

a) Prendre une fraction d'une quantité

Propriété : Pour prendre une fraction d'une quantité, on divise la quantité par le dénominateur puis on multiplie le résultat par le numérateur.

Exemple : Prendre $\frac{1}{3}$ de 15 litres c'est calculer : $15 \div 3 \times 1 = 5 \times 1 = 5$ litres

Prendre $\frac{3}{4}$ de 50 litres c'est calculer : $50 \div 4 \times 3 = 12,5 \times 3 = 37,5$ litres

Remarque : Dans le cas où la fraction est un nombre décimal, on peut multiplier la fraction par la quantité. Prendre $\frac{3}{4}$ de 50 litres c'est calculer : $0,75 \times 50 = 37,5$ litres

b) Addition et soustraction de fractions de mêmes dénominateurs

Propriété : Pour additionner ou soustraire deux fractions de mêmes dénominateurs, on additionne ou soustrait les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

Exemples :

$$\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{2+4}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{4}{7} + \frac{5}{7} = \frac{4+5}{7} = \frac{9}{7}$$

$$\frac{3}{8} - \frac{1}{8} = \frac{3-1}{8} = \frac{2}{8}$$

Remarque : Cette propriété est aussi vraie pour les quotients ! $\frac{2,3}{5,3} + \frac{4,6}{5,3} = \frac{6,9}{5,3}$

c) Addition et soustraction de fractions de dénominateurs différents

Propriété : Pour additionner ou soustraire deux fractions de dénominateurs différents, il faut d'abord les mettre sur le même dénominateur, puis utiliser la propriété précédente.

Exemples :

$$\frac{1}{3} + \frac{5}{6} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} + \frac{5}{6} = \frac{2}{6} + \frac{5}{6} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{4}{9} - \frac{6}{18} = \frac{4}{9} - \frac{6 \div 2}{18 \div 2} = \frac{4}{9} - \frac{3}{9} = \frac{1}{9}$$

$$2 + \frac{1}{4} = \frac{2}{1} + \frac{1}{4} = \frac{8}{4} + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

Compétences travaillées (Exercices d'entraînement)
--

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">- Restituer les connaissances (Apprendre le vocabulaire et les propriétés)- Simplifier une fraction ou lui trouver une fraction égale (Exercices pages 56 et 57)- Décomposer et repérer une fraction sur une demi-droite graduée (Feuille d'exercices)- Comparer des fractions et encadrer une fraction (Feuille d'exercices)- Prendre une fraction d'une quantité (Exercices pages 55)- Additionner et soustraire des fractions (Exercices page 82)- Résoudre des problèmes avec des fractions (Exercices page 83) |
|--|